

###Aufgaben

1 In einem Gymnasium in Dortmund wurde eine Umfrage zur Beliebtheit des Fußballklubs Borussia Dortmund durchgeführt.

a) Vervollständige die Vierfeldertafel:

	BVB-Fan	kein BVB-Fan	gesamt
Mädchen	255		
Jungen	290	160	
gesamt			1000

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person BVB-Fan ist.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person männlich **und** BVB-Fan ist.

d) Eine weitere Umfrage unter denselben Schülerinnen und Schülern dieser Schule ergab, dass 30 % von ihnen schon ein Heimspiel vom BVB im Stadion besucht haben. Von diesen bezeichnen sich 90 % als BVB-Fans.

Stelle diese Daten in einer neuen Vierfeldertafel dar und bestimme daraus die Wahrscheinlichkeit, mit der eine zufällig ausgesuchte Person **nicht** im Stadion war **und** kein BVB-Fan ist.

	BVB-Fan	kein BVB-Fan	gesamt
Heimspiel			300
kein			700
Heimspiel			
gesamt			1000

2 Bei einem Glücksspiel wird erst eine Münze geworfen und anschließend gewürfelt.

Zeigt die Münze Kopf, gewinnt man, wenn anschließend mindestens eine 5 gewürfelt wird; zeigt die Münze Zahl, gewinnt man nur, wenn eine 3 gewürfelt wird.

Nimm für die Lösung noch ein extra Blatt hinzu.

a) Zeichne ein Baumdiagramm und übersetze dieses in eine Vierfeldertafel mit den Merkmalen Kopf/Zahl und Gewinn/kein Gewinn.

	Gewinn	kein Gewinn	gesamt
Kopf			
Zahl			
gesamt	1		

b) Wie groß ist die Chance, dass man bei diesem Spiel gewinnt?

c) Mit einer Münze und einem Würfel wird ein weiteres Spiel gespielt, das auf die nebenstehende Vierfeldertafel führt.

Übersetze diese zurück in ein Baumdiagramm und überlege dir passende Spielregeln.

	Gewinn	kein Gewinn	
Kopf	16	13	
Zahl	13	16	

###Lösungen

1 a) und d)

	BVB-Fan	kein BVB-Fan	gesamt
Mädchen	295	255	550
Jungen	290	160	450
gesamt	585	415	1000

b) $P(\text{BVB-Fan}) = 585 / 1000 = 58,5 \%$

c) $P(\text{männlich} ? \text{BVB-Fan}) = 290 / 1000 = 29 \%$

Neue Vierfeldertafel (d):

	BVB-Fan	kein BVB-Fan	gesamt
Heimspiel	270	30	300
kein Heimspiel	315	385	700
gesamt	585	415	1000

$P(\text{nicht Heimspiel} ? \text{kein BVB-Fan}) = 385 / 1000 = 38,5 \%$

2 a)

	Gewinn	kein Gewinn	gesamt
Kopf	16	26	42
Zahl	112	512	624
gesamt	128	538	666

b) $P(\text{Gewinn}) = 128 / 512 = 25 \%$

(Da die Münze ? und das Würfelergebnis 1/6 bzw. 2/6 bedingen: ?·2/6 + ?·1/6 = 3/12 = ?.)

c) Beispiel für Spielregeln (individuelle Lösungen möglich):

- Wirft die Münze.
 - Kommt Kopf und der Würfel zeigt höchstens eine 2 (Wahrscheinlichkeit 2/6), gewinnt man.
 - Kommt Zahl und der Würfel zeigt höchstens eine 4 (Wahrscheinlichkeit 4/6), gewinnt man.
 - Ansonsten verliert man.
- (Daraus lässt sich das Baumdiagramm mit den Ästen Kopf?Gewinn/Zahl?Gewinn usw. zurückkonstruieren.)

Typische Fehler:

Aufgabe 1: Vierfeldertafeln zur BVB-Umfrage

1 a) Ausfüllen der Vierfeldertafel

BVB-Fan	kein BVB-Fan	Summe
Mädchen	255	550
Jungen	290	450
gesamt		1000

Typische Fehlvorstellungen und Fehler:

Ziffern falsch zuordnen

- Trägt 450 unter „Mädchen“ statt unter „Jungen“ ein.
- Vertauscht die Zeilen?bezeichnungen und denkt, 255 wären Jungen-Fans.

Summen falsch berechnen

- Rechnet 550+450 mistakenly as 100 instead of 1000.
- Schreibt in „Summe“ die 1000 für beide Zeilen, ohne aufzuteilen.

Leerstelle übersehen

- Lässt leere Felder stehen und rechnet Wahrscheinlichkeiten trotzdem mit 1000 als Gesamt.

Reihenfolge/Anordnung durcheinander

- Vertauscht Zeilen und Spalten (fan/kein-fan) komplett.

1 b) $P(\text{BVB-Fan})$

$$P = \text{Anzahl BVB-Fans} / 1000 = 585/1000 = 0,585$$

Fehlerquellen:

Falscher Nenner

- Vergisst, dass alle Schüler*innen (1000) das Total sind und nimmt z. B. 550 oder 450 als Basis.

Falscher Zähler

- Zählt nur Jungen-Fans (290) oder nur Mädchen-Fans (255).

Dezimal-/Prozent-Verwirrung

- Schreibt „58,5“ statt „0,585“ oder „585 %“ statt „58,5 %“.

1 c) $P(\text{männlich und BVB-Fan})$

$$P = 290/1000 = 0,29$$

Fehlerquellen:

Konjunktion mit bedingter Wahrscheinlichkeit verwechseln

- Rechnet 290/450 (Anteil der Jungen) statt 290/1000.

Zähler vertauschen

- Nimmt 255 (Mädchen-Fans) oder 585 (alle Fans).

1 d) Neue Vierfeldertafel mit Stadion-Daten

Daten: 30 % von 1000 = 300 waren im Stadion; davon 90 % Fans ? 270 Fans im Stadion, 30 Nicht-Fans.

Rest (700 nicht im Stadion): $585 - 270 = 315$ Fans, $415 - 30 = 385$ Nicht-Fans.

diff

Kopieren

Bearbeiten

	BVB-Fan	kein BVB-Fan	Summe
Im Stadion	270	30	300
Nicht im Stadion	315	385	700
gesamt	585	415	1000

Fehlvorstellungen und Fehler:

Prozentbasis verwechseln

- Nimmt 90 % von 585 (statt von 300) für Fans im Stadion.

- Rechnet 30 % von 415 (statt von 1000) oder von 585.

Komplement falsch

- Schreibt für Nicht-Fans im Stadion $700 \cdot 270 = 430$ statt 385.

Leerstelle nicht auffüllen

- Lässt die 700er-Zeile halbleer und rechnet Wahrscheinlichkeiten nur mit 300 als Basis.

Aufgabe 2: Münze werfen und würfeln

- Baumdiagramm ? Vierfeldertafel

Struktur:

Münze: Kopf (?) vs. Zahl (?)

Bei Kopf ? Gewinn, wenn Würfel ≥ 5 ($P=2/6$), sonst kein Gewinn

Bei Zahl ? Gewinn nur bei Würfel =3 ($P=1/6$), sonst kein Gewinn

Mögliche Darstellung (Counts auf 12 Einzelfälle):

diff

Kopieren

Bearbeiten

	Gewinn	kein Gewinn	Summe
Kopf	1	5	6
Zahl	1	5	6
gesamt	2	10	12

Typische Fehlvorstellungen und Fehler:

„mindestens eine 5“ verwechseln

- Denkfehler: bei einem Wurf kann man nicht „mindestens eine“ 5 haben, und rechnet fälschlich 1-5 als Gewinn ($5/6$ statt $2/6$).

Würfelereignisse falsch zählen

- Nimmt $P(\geq 5)=2/6$ für Kopf ? ? = $2/12$ und schreibt direkt „2“ ins Feld, anstatt „1“ (weil es 1 von 6 bei Kopf-Zweig ist).

Counts vs. Wahrscheinlichkeiten durcheinander

- Füllt die Tabelle mit ? und $2/6$ direkt, ohne auf gemeinsame Basis zu achten.

Baumzweige vergessen

- Lässt z. B. den „kein Gewinn“-Zweig bei Zahl aus.

2 b) $P(\text{Gewinn})$

$$P = (? \cdot 2/6) + (? \cdot 1/6) = 3/12 = ? = 0,25$$

Fehlerquellen:

Summenfehler

- Addiert nur $2/6 + 1/6 = 3/6$ statt $3/12$.

Bruchformate verwechseln

- Schreibt $? \cdot 2/6 = 2/12 = 1/6$ und dann $1/6 + 1/12 = 3/12$, rechnet aber falsch $3/18$.

Zweige vertauschen

- Nimmt $P(2. \text{ Zweig})$ zweimal oder nur einmal.

2 c) Vierfeldertafel ? Baumdiagramm & Spielregel

	Gewinn	kein Gewinn
Kopf	16	13
Zahl	13	16

Typische Fehlvorstellungen und Fehler:

Häufigkeiten vs. Wahrscheinlichkeiten

- Unklar, ob 16/13 absolute Häufigkeiten (von wie vielen) oder relative Anteile sind.

Rückübersetzung unpräzise

- Vorschläge, bei Kopf würfelt man zweimal usw., ohne Konsistenz gegenüber den Zahlen.

Baumstruktur falsch abgeleitet

- Setzt auf Zweige mit Prozentsätzen, obwohl nur Rohzahlen gegeben sind, und erhält keinen validen Baum (Summen \neq Gesamt).

Spielregeln erfinden, die nicht zu $16 + 13 = 29$ pro Zweig passen